



# Estrategias didácticas

## Promoviendo la competencia matemática desde el contexto de la proporcionalidad

### Resumen

Este artículo se centra en la descripción de una propuesta de trabajo en el aula, la cual se ha creado con el fin de promover la competencia matemática a la vez que se estudia la relación de proporcionalidad directa. Está dirigida principalmente a los primeros niveles de la Educación Secundaria, y la misma constituye un recurso que incluye los principios teóricos y metodológicos que, sobre la Educación Matemática, se exponen en el marco curricular del actual Programa de Estudio.

### Introducción

Las actuales propuestas educativas defienden una educación global, que permita establecer relaciones entre los diferentes conocimientos, a la vez que las y los estudiantes desarrollan la capacidad para ver el mundo de una forma crítica (MEP, 2012; OEI<sup>1</sup> y UNESCO, 2010). Este reto mueve a los sistemas educativos de diversos países, entre los que menciono, los de la Unión Europea, a reformular toda su estructura curricular con base en la noción de competencia.

Actualmente, se afirma a través del marco curricular de matemáticas (MEP, 2012), de proyectos internacionales como el estudio PISA<sup>2</sup> (OCDE, 2004) y desde la postura de especialistas en Didáctica de las Matemáticas (Rico y Lupiáñez, 2008), que el fin de la Educación Matemática no es que los escolares sean capaces de recitar contenidos, fórmulas o definiciones que seguramente están muy bien expuestos en los textos, o en páginas web especializadas en temas matemáticos, sino que se trata de ayudar a que las y los estudiantes elaboren las herramientas cognitivas que les permitan ser ciudadanos capaces de “identificar y comprender el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo, realizar razonamientos bien fundados, así como utilizar e involucrarse en las matemáticas de

manera que se satisfagan las necesidades de la vida del individuo como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo” (OCDE, 2004, p. 21). Estas capacidades son las que describen la noción de competencia matemática.

Desde esta postura no se pretende restar importancia a la adquisición de conocimientos matemáticos específicos durante el periodo escolar, sino, como se afirma en el estudio PISA, tener en cuenta que la aplicación de este conocimiento en la vida adulta depende de manera decisiva de la adquisición de unas destrezas y nociones más amplias, tales como: argumentar, representar, modelizar, plantear y resolver problemas, entre otras.

### La Proporcionalidad como Escenario para Promover la Competencia Matemática

Desde diversos ámbitos del desempeño docente, se reconoce que la proporcionalidad es uno de los temas más sugerentes en la enseñanza de las matemáticas, dado que éste es un concepto básico en la Matemática y es un tema de gran importancia en el currículo escolar, ya que está relacionado con la mayoría de los contenidos de la Matemática y con asignaturas como Física, Biología, Química, entre otras (Fiol y Fortuny, 1990). Esta noción está asociada a múltiples situaciones cotidianas, lo que permite poner en práctica un acercamiento de la matemática al entorno. Es un contenido que impregna al currículo de Matemática de primaria, secundaria e incluso de niveles superiores (Lamon, 2007).

Por otro lado, resulta pertinente destacar que diferentes investigaciones han mostrado consistentemente que poca cantidad de alumnas

y alumnos de secundaria, con habilidades promedio, usan el razonamiento proporcional de manera sólida. El tópico incluso permanece problemático para estudiantes universitarios y existen evidencias respecto a que una gran parte de nuestra sociedad nunca adquiere fluidez en cuanto al pensamiento proporcional (Ben-Chaim, Fey, Fitzgerald, Benedetto y Miller, 1998). Los argumentos expuestos permiten afirmar que el estudio de la proporcionalidad constituye un escenario ideal para promover el desarrollo de la competencia matemática en el estudiantado, tanto en la educación primaria como en la secundaria. Además, las dificultades que experimentan las y los estudiantes en relación con la proporcionalidad, deben servir de motivación para que las y los docentes gestionen diversas formas de aprendizajes para que el alumnado pueda superar obstáculos, promoviendo la competencia matemática a través

de la selección y aplicación de tareas matemáticas que incluyan la noción de proporcionalidad.

## Propuesta de una Experiencia de Aprendizaje de la Proporcionalidad Directa<sup>3</sup>

En este apartado se presentan, de manera concisa, las características centrales de una propuesta de trabajo en el aula. La sesión está centrada en el estudio de conocimientos sobre la relación de proporcionalidad directa. Esta propuesta ha sido planificada, implementada y analizada en el seno de una investigación recientemente desarrollada en el contexto de la formación de maestros (as) en España (Valverde, 2012). En la Tabla 1 se muestra un resumen de las características principales que describen la planificación de la sesión.

Tabla 1  
Resumen de las características generales de una propuesta de trabajo en el aula para el aprendizaje de la proporcionalidad

Conocimientos	Representación gráfica, simbólica, tabular y verbal de la relación de proporcionalidad directa.
	La constante de proporcionalidad.
	Relaciones estructurales en una proporción (funcional y escalar).
	Relación de orden entre razones.
Habilidades Específicas	1. Utilizar diferentes procedimientos para hallar un término desconocido en una proporción.
	2. Identificar y describir las relaciones estructurales de una proporción (escalar y funcional).
	3. Describir las relaciones de proporcionalidad, directa e inversa, entre magnitudes mediante distintas representaciones.
	4. Establecer la relación de orden entre dos razones cualesquiera.
Competencias Matemáticas <sup>4</sup>	Pensar y razonar. Usar lenguaje simbólico, formal y técnico, y uso de las operaciones. Representar. Comunicar. Plantear y resolver problemas
Problema	“Crecimiento de bacterias”

## Descripción del Problema “Crecimiento de Bacterias”

El problema ha sido elaborado por la autora, corresponde a una situación de tipo científica (OCDE, 2004). Se intenta que los datos incluidos fuesen lo más cercanos a la realidad, de modo que durante la preparación se consultó información sobre proliferación de bacterias cuyo crecimiento se ajustara a un modelo directamente proporcional (Figura 1).

Es un problema formulado en dos fases. La primera está compuesta por cuatro ejercicios orientados principalmente a las habilidades específicas: describir la relación de proporcionalidad directa, mediante distintas representaciones, y utilizar diferentes procedimientos para hallar un término desconocido en una proporción. La segunda fase está orientada a estudiar la comparación aditiva y multiplicativa de cantidades, así como a la comparación de razones. Según los niveles de complejidad de las tareas (MEP, 2012; Rico y Lupiáñez, 2008) se tiene que los ejercicios (a), (b), (c) y (d) de la I fase son de



## Crecimiento de Bacterias

Unos científicos están investigando el comportamiento de una bacteria con el fin de controlar la proliferación de la misma. Se interesan especialmente por el día en que la población sea de 650, porque es cuando deben iniciar una nueva técnica de control de la reproducción. A partir del tercer día el crecimiento de la población se comporta de manera particular, algunas de las primeras observaciones se recogen en la tabla:

Tiempo (días)	3	5	6	8	10	12	15	16
Número de bacterias	39	65	78	104	130	156	195	208

### I Fase

a) Busca relaciones entre estos números y descríbelas.

b) Intenta utilizar estrategias o técnicas diferentes a la "regla de tres" para averiguar:

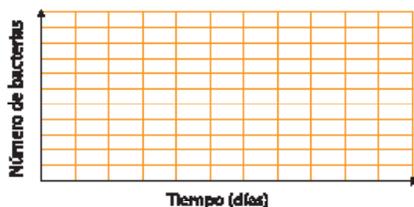
b.1) El número de días que han transcurrido hasta que el número de bacterias sea de 650.

b.2) El número de bacterias después de 25 días.

Explica tu razonamiento en los dos casos anteriores.

c) Escribe una expresión o fórmula que permita hallar el número de bacterias después de un número cualquiera de días ( $n$  días).

d) Representa en el eje de coordenadas la relación entre las dos magnitudes (tiempo y número de bacterias).



### II Fase

a) Hace cinco días se midió el largo de dos bacterias. La bacteria A tenía 0,05 mm de longitud y la bacteria B tenía 0,04 mm. Hoy de nuevo se midieron las bacterias y la bacteria A mide 0,11 mm y la bacteria B mide 0,1 mm.

En los últimos cinco días: ¿Alguna de las dos bacterias ha crecido más en relación con la longitud inicial? Explica tu razonamiento.

Figura 1. Problema "Crecimiento de Bacterias"

conexión, mientras que el ejercicio (a) de la II fase es del nivel de reflexión.

Se ha elegido presentar la información del problema en una tabla dado que este tipo de representación, a diferencia de la simbólica o la gráfica, permite identificar más fácilmente, y a la vez, la relación funcional y la escalar entre las cantidades (Valverde, 2012). Uno de los propósitos que se pueden alcanzar es que, a partir de la puesta en común, la o el docente promueva algunas de las diferentes representaciones de la relación de proporcionalidad ya que, aunque el estudiantado trabaje cada ejercicio no se espera que ellas o ellos por sí solos conecten esas ideas.

Se propone que la resolución del problema se realice siguiendo las pautas de una metodología de trabajo colaborativo que contemple tres fases o momentos:

**1ª Fase: Trabajo Individual.** Cada estudiante resuelve individualmente el problema propuesto durante un tiempo definido por el docente. Una primera reflexión en el trabajo individual tiene

un doble propósito: por un lado conocer los conocimientos iniciales puestos en juego por las y los estudiantes, y por otro, movilizar aquellas ideas que posiblemente aportarán al trabajo colaborativo de la 2ª fase.

**2ª Fase: Trabajo Colaborativo.** Se agrupan en equipos de 4 personas máximo y se les entrega una nueva hoja con el mismo problema. En ella deben escribir la que crean es la "mejor solución posible" a partir de las contribuciones de todos los miembros del equipo. Durante esta fase, la o el docente va de un equipo a otro observando su progreso, suministrando asistencia, preguntándoles para aclarar dudas, discutiendo la estrategia de solución al problema, clarificando alguna notación y respondiendo preguntas.

**3ª Fase: Puesta en Común.** Cuando todos los equipos han acabado se pasa a la puesta en común de la resolución del problema. Dicha puesta en común, estará a cargo de uno de los miembros de un equipo y la o el docente aportará conocimientos, cuestionará los procesos y atenderá otros aportes

del estudiantado, su papel es el de dirigir esta puesta en común. Para finalizar la discusión, el docente relaciona algunos conceptos, introduce definiciones formales y teoremas, o reafirma las estrategias de solución.

## A Modo de Cierre

Los aportes que se presentan en este trabajo pueden ser útiles para la o el docente de los primeros años de enseñanza secundaria, y podrían aplicarse durante el tratamiento de los conocimientos relativos al bloque de relaciones y álgebra. No obstante, es posible modificar la propuesta de trabajo en el aula de manera tal que la misma sea resuelta por niñas o niños de quinto o sexto grado, cambiar la razón de proporcionalidad (13) por un número más sencillo como 2 o 3 puede disminuir la dificultad de la misma. En relación con las fortalezas del problema, cabe destacar que los tres primeros ejercicios posibilitan la búsqueda de distintas relaciones numéricas entre las cantidades así como la exploración de técnicas alternativas a la regla de tres. La estimulación de estas capacidades favorece el desarrollo de razonamientos no mecánicos en las y los estudiantes y en consecuencia estimula el desarrollo de la competencia matemática.

La metodología de trabajo se basa en la colaboración e intercambio de respuestas relativas a la resolución del problema, por lo que es posible que esta dinámica de trabajo en el aula favorezca el desarrollo de la competencia matemática comunicativa. Así mismo, se ha considerado que se puede favorecer la manifestación de justificaciones durante el trabajo de los equipos, de modo que es posible que se contribuya al desarrollo de la competencia argumentativa y justificativa. La propuesta se basa en la resolución de problemas como medio para construir el conocimiento matemático, pues de manera directa estimula la competencia denominada plantear y resolver problemas. Esta situación favorece, no solo la construcción del conocimiento matemático, sino la adquisición y desarrollo de destrezas básicas necesarias para desenvolverse en la actualidad como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.

## Notas

1 Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura

- 2 PISA: Programme for International Student Assessment. El programa tiene por objeto evaluar hasta qué punto los alumnos cercanos al final de la educación obligatoria han adquirido algunos de los conocimientos y habilidades necesarios para la participación plena en la sociedad del saber. Para más información se recomienda consultar el sitio <http://www.oecd.org/pisa/pisaenespaol/>
- 3 En Valverde (2012) se presenta una descripción más detallada de la planificación, implementación y análisis de la sesión propuesta.
- 4 Se ha usado la descripción de competencia matemática expuesta en el estudio PISA (OCDE, 2004). La vinculación establecida entre estos procesos matemáticos y la tarea se describe con detalle en Valverde (2012).
- 5 Estos lineamientos se basan en la metodología ACODESA (Hitt, 2007). Algunas de las fases se identifican con las que sugiere el Programa de Estudio de Matemática del MEP.

## Referencias Bibliográficas

- Ben-Chaim, D., Fey, J.T., Fitzgerald, W., Benedetto, C., y Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 36(3), 247-273.
- Fiol, M. y Fortuny, J. (1990). Proporcionalidad directa. La forma y el número. Madrid: Editorial Síntesis.
- Hitt, F. (2007). Utilisation de calculatrices symboliques dans le cadre d'une méthode d'apprentissage collaboratif, de débat scientifique et d'auto-réflexion. En M. Baron, D. Guin y L. Trouche (Eds.), *Environnements informatisés et ressources numériques pour l'apprentissage. Conception et usages, regards croisés* (pp. 65-88). Éditorial Hermes.
- Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning. En F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629-667). Charlotte: NCTM, Information Age Publishing.
- Ministerio de Educación Pública de la República de Costa Rica (MEP) (2012). Programas de Estudio de Matemáticas. Descargado desde [http://www.mep.go.cr/downloads/RecursosTecnologicos/Programa\\_matematicas.pdf](http://www.mep.go.cr/downloads/RecursosTecnologicos/Programa_matematicas.pdf)
- OCDE (2004). Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de Problemas. Madrid: Ministerio de Educación.
- OEI y UNESCO (2010). Metas Educativas 2021: Desafíos y Oportunidades. Informe sobre Tendencias Sociales y Educativas en América Latina 2010. Recuperado Enero, 10, 2011 desde <http://www.siteal.iipe-oei.org/informetendencias/informetendencias2010.asp>
- Valverde, G. (2012). Competencias matemáticas promovidas desde la razón y la proporcionalidad en la formación inicial de maestros de Educación Primaria. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. España.
- Rico, L. y Lupiáñez, J. L. (2008). Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular. Madrid: Alianza Editorial.